

TABLE OF CONTENTS

Newsletter of the Japanese Society for Mathematical Biology No. 82 Supplement

May 2017

【平成28年度卒業論文・修士論文・博士論文要旨集】  
卒業論文

久留主達也・堀田淳之介・永田泰吾・田口伸彦・毛利光希・筈井瑛梨花・櫛田優人  
田中翔・米田隼一・田中祥宏・東野俊・中西春二・中村智祥・齊田早記・佐理仁美  
高橋のか・南雲佳奈・森田麻暖

1

修士論文  
齋藤涼平・志村隼人

17

博士論文  
山口諒

21

日本数理生物学会

ニユースレター

卒業論文・修士論文・博士論文要旨集

May  
2017  
Supplement  
82



卒業論文  
B型肝炎ウイルスの細胞内侵入に関する数理モデリング

久留主 達也<sup>1</sup>, 渡士 幸一<sup>2</sup>, 岩見 真吾<sup>3</sup>

九州大学理学部生物学科<sup>1</sup>

国立感染症研究所ウイルス第二部<sup>2</sup>

九州大学理学研究院生物科学部門, 科学技術振興機構さきがけ<sup>3</sup>

B型肝炎ウイルス(HBV)は肝細胞に感染して肝炎、肝硬変、肝がんなど様々な病気を引き起こす。現在有効な治療薬は少なく、体内のHBVを完全に排除するのは非常に難しいということが知られている。その大きな要因となっているのが、HBVが細胞内に侵入し核内に移行した後に生成するcccDNAである。このcccDNAは複製起点として長期間核内に留まり、新たなウイルス粒子を産生し続ける。一旦cccDNAが核内で生成されるとそれを排除することは難しいため、新しい治療薬開発においては、いかにウイルスが細胞内に侵入するのを阻害するかが重要である。しかし現在HBVの細胞内侵入に着目した定量的なモデルは確立されていない。

本研究ではまずHBVの感染実験データを解析することによって、細胞内侵入に関する新しいモデルを構築した。次にそのモデルを用いた確率シミュレーションによって、様々な割合で侵入阻害効果を加えたときに感染阻害が成立する確率を計算した。その結果、核内に存在できるcccDNA量には制限があると仮定したとき、構築したモデルと推定したパラメーターによって実験結果の再現をすることができた。また侵入阻害の確率シミュレーションでは、HBVの内在化や核への移行及びcccDNA生成過程ではなく、細胞表面への接着を阻害したときに高い確率で感染阻害が成立した。このことより、HBVの新たな侵入阻害剤を開発する上では、接着阻害の作用機序を持つものが望ましいということが分かった。

参考文献

1. Watashi K, Urban S, Li W, Wakita T: **NTCP and beyond: opening the door to unveil hepatitis B virus entry.** *Int J Mol Sci* 2014, **15**:2892-2905.
2. Kim DH, Kang HS, Kim KH: **Roles of hepatocyte nuclear factors in hepatitis B virus infection.** *World J Gastroenterol* 2016, **22**:7017-7029.
3. Seeger C, Locarnini S: **The Hepatitis B and Delta Viruses.** New York: Cold Spring Harbor Laboratory Press; 2015.
4. Gillespie DT: **Stochastic simulation of chemical kinetics.** *Annu Rev Phys Chem* 2007, **58**:35-55.

## 河川内での干渉型競争が生活史意志決定に及ぼす影響

九州大学理学部生物学科 数理生物学研究室 堀田淳之介

生物は個体群においてさまざまな影響を及ぼしあっている。そのひとつに干渉型競争がある。干渉型競争とは個体同士が直接かかわることによって、相手個体に負の影響を与えるものである。サクラマス *Oncorhynchus masou masou* などのサケ科魚類では、餌資源などを巡り個体間での闘争が見られる。サクラマスは遡河回遊性の魚であり、河川で生まれた後、残留型として河川に残る個体と降海型として海に下る個体とに分かれる。このとき、河川内で成長の良い稚魚ほど残留型になりやすい。河川で生まれた稚魚は河川内に落ちてきた陸生の昆虫や川底にいる水生昆虫などを食べて成長する。しかし、陸生の昆虫はその栄養価の高さから残留型成魚の餌資源としても重要であるため、川の表層は成魚が場所を占めている。そのため残留型成魚のバイオマス(生物体量)が稚魚の成長の大きさに影響する。

本研究では河川内において上述のような干渉型競争があることを考え、稚魚の成長が残留型成魚によって左右されると仮定し、残留型成魚のバイオマスが大き

いほど当年の稚魚の体サイズの平均値が小さくなるというモデルを考案した。河川内の残留型成魚のバイオマスが大きい年には、陸生の昆虫のように豊富な栄養のある資源が成魚によって食べられてしまうため稚魚の成長が強く抑制され、残留型成魚のバイオマスが小さい年には弱く抑制される。このモデルから稚魚の平均サイズが年毎にどのように変化していくのか調べた。

その結果、絶対評価のモデルでは残留型成魚のバイオマスの大きさにより、稚魚の体サイズ分布の平均値 $\mu$ の安定性が変動することが分かった。また、相対評価のモデルでは稚魚の体サイズ分布の平均値 $\mu$ は常に安定であるが、残留型成魚のバイオマスの大きさによって安定する値が変動した。

さらに絶対評価における閾値の進化シミュレーションを行うことで、進化的に安定な閾値を調べた。すると、降海型の生存率が大きいほど閾値が大きくなり、これは先行研究と整合性があるものであった。

## 卒業論文

# 病原体を持ち込む外来種：侵入の数理モデル

九州大学理学部生物学科 数理生物学研究室 永田拳吾

日本国内には多くの侵略的外来種が定着している。外来種は主に人の手によって意図的・非意図的に持ち込まれ、在来種との競争により国内の生態環境に大きな影響を与えている種も多い。外来種と在来種の競争について、先行研究では資源競争や闘争について考えているものがほとんどであった。そこで本研究では在来種と外来種共に感染する病原体に着目した。

国内に生息する外来種から国内に自然分布しない寄生虫や細菌・ウイルスなどが発見されることがある。これらの病原体は外来種のみならず在来種にも感染し影響を与える場合があり、病原体が外来種にとっての「生物学的な武器」として機能しうるものであると言える。これは、国内に侵入する外来種が、同時に病原体を持ち込むことにより在来種との競争を有利に進める可能性があることを示しており、**disease-mediated invasion(DMI)**として知られている。

本研究では、外来種シロアゴガエル *Polypedates leucomystax* と在来種オキナワアオガエル *Rhacophorus viridis* の競争について、シロアゴガエルから発見された線虫 *Raillietnema rhacophori* が与える影響を考慮し数理モデル化した。モデルでは、種内・種間において線虫の感染が起こり、感染個体は非感染個体に比べ死亡率が上昇すると仮定した。解析の結果、在来種集団に外来種が侵入すると、①在来種に影響を与えない、②在来種集団に線虫のみが定着、③外来種が定着し在来種と外来種が共存、④外来種が定着し在来種が絶滅、という4つの最終結果に至る事が分かった。そして、それぞれの平衡状態の安定性を調べることで、病原体としての線虫の影響を評価する事ができた。

シロアゴガエルは在来種に対して有利に競争を進めるような明確な特徴・移入の経緯がなく、国内に定着できた理由がはっきりしていない。本研究に基づいて仮説を提唱するものである。

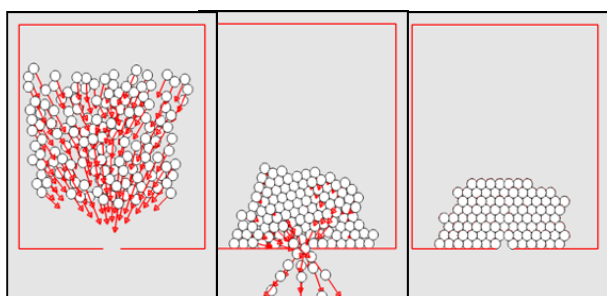
日本は、世界有数の災害大国である。災害時において、「避難の効率化」は重要である。そこで、本研究では室外への群集避難における避難効率の向上方法について考察した。本研究では、自己駆動粒子を用いた避難行動モデルを作成し、諸方策について避難時間短縮効果が認められるかを調べた。避難行動モデルについては、避難者を円形粒子で表現し、接触力をポテンシャルモデルで表現した。個々の粒子は、以下の方程式に従い各ステップの位置を決定する。

$$v_i(t + \delta t) = \begin{cases} v_f \begin{pmatrix} \cos \theta_i(t) \\ \sin \theta_i(t) \end{pmatrix} & (\Sigma F_i = 0) \\ s v_f \begin{pmatrix} \cos \theta_i(t) \\ \sin \theta_i(t) \end{pmatrix} + (1-s) \left( v_i(t) + \delta t \cdot \frac{\Sigma F_i}{m_i} \right) & (\Sigma F_i \neq 0) \end{cases}$$

なお、 $\theta_i$  については以下のように決定する。

$$\tau \dot{\theta}_i = \sin(\phi_i - \theta_i)$$

すなわち、障害物がある場合はそれを回避し、ない場合は避難口へ向かって徐々に進行方向を向けていくという状況を表現した。



川口<sup>\*1</sup>らの実験を参考に、縦8m、横9mの長方形領域において、各避難口幅に対し、初期配置を変えた試行を50回繰り返した。100秒以内に150個の粒子が領域外に脱出しきれなかった回数(閉塞回数)を調べたところ、幅0.8mを下回ると急速に閉塞

回数が増加した。そこで、Nishinari<sup>\*2</sup>らの実験を参考に、避難口幅を0.72mとし避難口付近に直径0.72mの柱を配置したところ、閉塞回数が減少し、避難完了時間も短縮された。よって、この結果は先行研究の結果と定性的に一致しているといえるだろう。

本モデルを用いて、障害物を配置する以外の方策についてもその避難効率向上効果がみられるか検証した。避難口幅を0.72mとし、初期配置を変えて30回試行し、上記と同様に分析する。その結果を、前述の方策を行わなかった場合と比較した。その結果、「避難口の角を円形に処理(角取り)」したところ、処理半径20cm程度でほぼ安定して避難を完了でき、1m以上であれば確実に避難を完了させられた。また、避難完了時間に関しても最大30秒近く短縮された。角を円形に処理することによって、避難口付近での粒子の整列が妨げられ、閉塞が解消されたと考えられる。そのことが避難時間短縮にもつながったとみられる。

課題として、本モデルの妥当性を検討するため、さらに広いパラメータ範囲で結果を検証する必要があるだろう。

(参考文献)

\*1 川口寿裕, 清水貴史(2013). 「群集避難に関する粒子シミュレーション」, 『社会安全学研究』, 3, pp75-84

\*2 K. Nishinari, Y. Suma, D. Yanagisawa et al. 「Toward smooth movement of crowds」, 『Pedestrian and Evacuation Dynamics 2008』, pp293-307

# 卒業研究 知人関係ネットワーク上の SIR モデル

北海道大学理学部数学科 4 年  
毛利 光希 (指導教員：秋山 正和 先生)

## 1 研究背景

人のうわさ (図 1) はいつも正確な情報であるとは言えない。マーケティングにおける「クチコミ」は広めたいと思われる一方で「うわさ」といえばなるべく広めたくないというイメージをいだく。そこで人々が流すうわさがどのような振る舞いを見せながら広がっていくのかということを探ることが、うわさの広がりを止める手立てとなると考え、この研究を行うこととした。

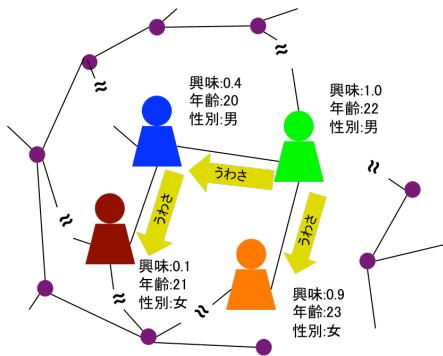


図 1 うわさのイメージ

## 2 研究の流れ

研究は 2 段階に分けて行われた。1 つ目は「知人関係ネットワークの構成」である。人々がうわさを流す時、その伝える相手は大抵自分の知り合い、さらに言えば仲の良い知り合いが選ばれることが多い。知人関係のネットワークは複雑ネットワークの一種であり、少なくとも 1. スケールフリー性 2. スモールワールド性 3. クラスター性 といった 3 つの性質を持つ。他にも独立していない性質が存在するが、これらを満たすものを知人関係のネットワークであるとする。2 つ目に

「うわさの広がり方の記述」である。うわさの特徴については膨大な数の議論がなされていることがわかるが、具体的な実験が行われたものはそう多くはなく、今回の研究には利用できなかった。そこでこのうわさと近くて、もっと扱いやすいものに置き換えることはできないかと考えた。その一つが「感染症」である。以下は感染症の数理モデルの SIR モデルをネットワーク上で流すことを考慮し、変化させたものである。

$$\begin{cases} \frac{dS_j(t)}{dt} = -\beta S_j(t) \sum_{k=1}^N L_{jk} I_k \\ \frac{dI_j(t)}{dt} = -\gamma I_j(t) + \beta S_j(t) \sum_{k=1}^N L_{jk} I_k \\ \frac{dR_j(t)}{dt} = \gamma I_j(t) \end{cases}$$

ネットワークにおけるノードをパッチと見て、各パッチ内における SIR モデルを見ることでうわさを擬似的に表した。この 2 つの段階を経て、感染症が広がりやすくなる策があるかを調べた。

## 3 研究結果まとめ

上記研究の結果、感染症が現れたパッチを隔離するなど直感にあった施策は当然うまくいった。またあらかじめ感染症がかからないようワクチンを一部の個体に投与しておくことで大きな広がりを見せないことがわかった。

## 4 課題

1. 他にもっと良い施策がないかどうか調べる
2. 感染症で行った施策がうわさではどのようなものに当たるかを調べる
3. パッチではなく点を個人とした場合にも同じようなことが言えるか調べる

## 結晶成長界面の成長指数と荒さ指数：ランダム析出模型と弾道析出模型

大阪電気通信大学工学部環境科学科 笠井 瑛梨

### 1. 目的

本研究では、原子レベルでの結晶成長のメカニズムを調べるために成長界面について2つの模型をシミュレーションし、その成長指数と荒さ指数を求めた。

### 2. 結晶成長のモデル化

使用した2つの模型は基本的に共通の考え方で成り立っている。二次元の格子平面を考え、粒子が上から下へ流れ、析出することによって界面の成長を再現した。それぞれの模型の違いは流れた粒子がいかにかに下にある粒子に析出していくかにかにある。格子平面は横幅を  $L$  とし、高さを  $h$  とする。

一つ目のランダム析出模型では、格子平面の上限からランダムに位置を決め、そのまま垂直に落下し、格子平面の下限に析出する。



図1. ランダム析出模型のシミュレーションの例

二つ目の弾道析出模型では、格子平面の上限からランダムに位置を決め、そのまま垂直に落下し、析出粒子の水平、もしくは格子平面の下限に析出する。



図2. 弾道析出模型のシミュレーションの例

次に成長指数と荒さ指数について説明する。各模型の界面は格子平面の各列の最も高い位置にある粒子と考える。界面の高さの平均は次式で考えることができる。

$$\bar{h}(t) \equiv \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L h(i, t)$$

$L$  は格子平面の横幅で、 $h(i, t)$  は時間  $t$  における列  $i$  の高さを表す。次に界面の幅  $W$  を考える。これは次式で与えられ、界面の荒さを表す。

$$w(L, t) \equiv \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L [h(i, t) - \bar{h}(t)]^2}$$

$W$  は時間  $t$  と共に増加するが、ある一定の値

$W_s$  で飽和する。この過程の前半の傾きを  $\beta$  として成長指数と呼ぶ。 $W_s$  は格子平面の横幅に影響を受け、このグラフの傾きを  $\alpha$  として、荒さ指数と呼ぶ。

### 3. シミュレーション結果

下図は各模型についてシミュレーションを行った結果である。数密度を 0.4 として格子平面の横幅  $L$  を 25, 50, 75, 100 と変えていき、それぞれ 200 回ずつ実行したデータの平均をとっている。縦軸を  $\ln(W)$ 、横軸を  $\ln(t)$  とした。

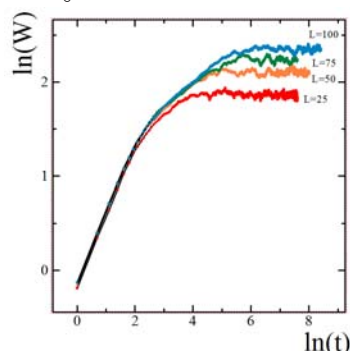


図3. 弾道析出模型の計算結果

次に弾道析出模型の  $W_s$  を用いて下図のように荒さ指数を計算した。縦軸を  $\ln(W_s)$ 、横軸を  $\ln(L)$  とした。

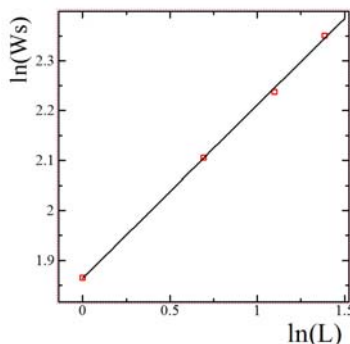


図4. 弾道析出模型の界面の幅の飽和値から計算した荒さ指数の計算結果

### 4. まとめ

ランダム析出模型の成長指数は  $\beta = 0.497 \pm 0.006$  となった。弾道析出模型の場合の成長指数は  $\beta = 0.683 \pm 0.03$  となり荒さ指数は  $\alpha = 0.35$  となった。

参考文献

[1] A. L. Barabasi and H. E. Stanley, "FRACTAL CONCEPTS IN SURFACE GROWTH", Cambridge University Press, Cambridge, UK (1995), 19-28.

## 1. 目的

避難シミュレーションにおいて、出口の知識を人を持たせることにより、近い出口に向かうように避難の効率化を図った。

## 2. セルオートマトン法によるモデル化

今回のセルと状態量は J 号館 5 階を横 148×縦 56 の二次元セルに設定し、人の状態量を持つセルは 720 個とした。

新しい移動規則は以下の通りである。人と出口の直線距離を計算して最短距離の出口を選択する。さらに選択した出口の方向を向いて進むようになっていく。

まず、教室にいる場合、どの教室にいるのかを判断する。次に、一番近い教室の出口を選択し、方向を決めて進む。そして、廊下にいる場合、J 号館 5 階にある 3 つの出口より一番近い出口を選択し、方向を決めて進む。

この距離計算を行うシミュレーションを出口知識有りと呼ぶ。過去の移動規則で、ここでは説明を省くが、ある一定の視界での点数計算を行うシミュレーションを出口知識無しと呼ぶ。

## 3. シミュレーション結果

図 1 は各避難人数に達するまでのステップ数を両対数グラフで表わした図である。縦軸が時間の対数で横軸が避難人数の対数で三角の点が出口知識無しで、四角の点が出口知識有りとなっている。

出口知識無しでは「視界での点数計算のみ」だと限られた視界でしか判断できないため出口から離れたり、教室の隅で固まることがあった。しかし、出口知識有りでは確実に最短距離の出口を選択できるのでスタート時の教室から出るのも早くなり、出口にも近づきやすくなった。

避難人数 350 人までが一定の傾きで表示できることがわかった。これは、知識ありの場合では近い出口を選択した時に左右の出口から避難する人がいたため、3 つの出口から避難できるから出口知識無しと比べて効率化が図れたと考えられる。

そして、避難人数 350 人避難後残りの避難では出口知識無しでは人のセルの減少により判断材料が減少した時間がかかり、出口知識有りでは近い出口を真ん中の出口と選択した人が渋滞するので効率が悪くなったと考えられる。

二つを比べると、全て同じ比率での効率化が図れると考えていたが、設定した避難人数の半数を境に変化が見られた。

## 4. まとめ

人が出口知識を持つことによって、避難効率を上げることが出来た。

## 謝辞

本研究を遂行するにあたり、プログラム作成に助言いただいた総田光生氏に感謝する。

## 参考文献

[1] 森下 信：「セルオートマトン 複雑系の具象化」、養賢堂出版、2003。

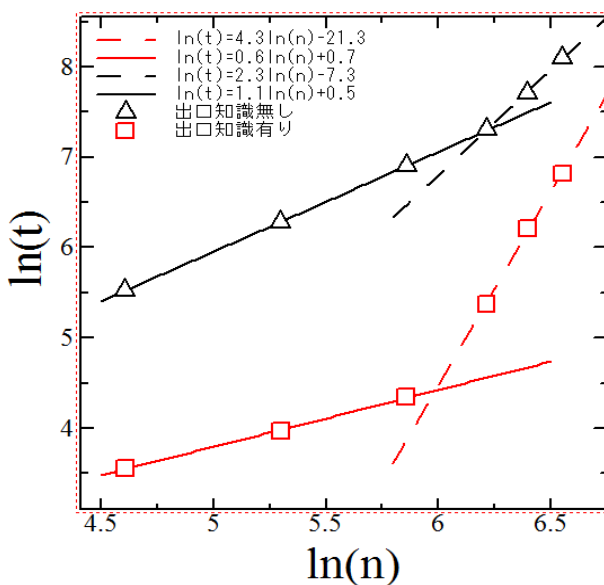


図 1

# 格子模型による落雷シミュレーション：建物の形状と人への落雷との関係

大阪電気通信大学工学部環境科学科 田中 翔、米田 隼一

## 1. 目的

人や建物への落雷による影響を知りたいと思った。高安秀樹氏[1]の絶縁破壊模型に基づいて落雷シミュレーションを行い、落雷による人への影響を調べる。

## 2. 絶縁破壊のモデル化

抵抗が網目状に結合している格子状の平板のような構造を考える。交差している部分を点とし、その部分は電位  $u(i, j)$  を示す。点と点の間の線は抵抗で、そのコンダクタンスを  $G$  とする。上段には電位  $0$ 、下段には電位  $U$  を与える。コンダクタンスの初期配置は、各格子点を結ぶ線上に  $20$  と  $40$  をランダムに配置する。

各格子点にキルヒホッフの式

$$\sum_{k=1}^4 G_k(u_k - u) = 0 \dots (1)$$

が成り立つ。電位  $u$  は式(1)を解くことによって求められる。絶縁破壊の条件は

$$u_k - u > V_c \dots (2)$$

$$G_k \rightarrow \lambda G_k \dots (3)$$

によって表される。抵抗の両端の電位差をもとめ、その電位差が臨界値  $V_c$  を超えた場合、その抵抗は破壊され、その抵抗のコンダクタンスは  $\lambda$  倍する。

図1の青い線は電導率が高く、紫の線は電導率が低い。緑の線は電極を示している。赤の線は絶縁破壊が起こった部位を示している。図2は人や建物の周囲を拡大した図である。先端に接触している3本の線、①左の線、②上の線③右の線となっている。それぞれの線に流れる電流値は

$$I_k = G_k(u_k - u) \dots (4)$$

によって計算される。

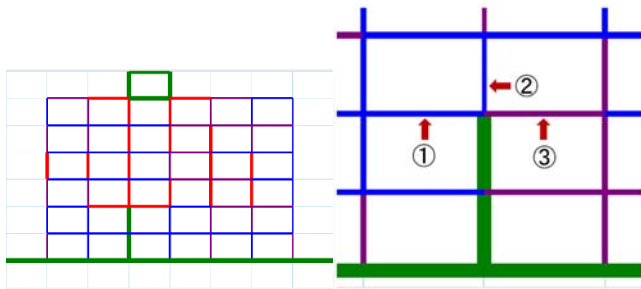


図1. 画像表示 図2. 尖った電極(人や建物)とその周囲

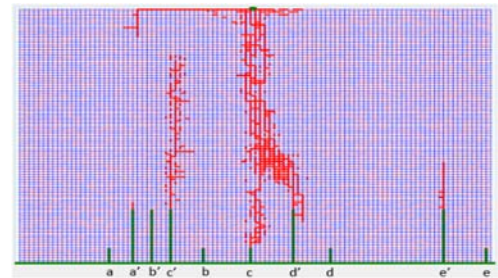


図3. 電圧  $30 \times 10^3V$  の場合のシミュレーション例

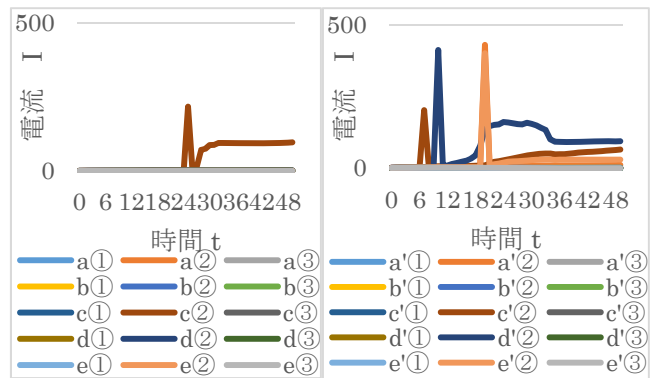


図4. 電圧  $30 \times 10^3V$  人 図5. 電圧  $30 \times 10^3V$  ビル

## 3. シミュレーション結果

電圧  $30 \times 10^3V$ 、人とビルが混在する場合の結果を図3に示す。図3での人とビルの違いは、高さの違いにある。低い電極は人、高い電極はビルとしている。図4で24回目に急激に電流値が高くなっているのは、絶縁破壊が起こり  $\lambda$  (100)倍していることによって見かけ上高くなっている。その後正常な数値となり、電流が一定となる。破壊された線が上から人まで繋がった為、電流が一定になったと考えられる。したがって、28回目で落雷したと解釈した。人の中の人  $c②$  にだけに雷が落ちたのは落雷発生源から最も近く、真下にあったからだと推測する。図5ではビル  $c'②$ 、 $d'②$ 、 $e'②$  で絶縁破壊が起こっていることを示す。ビル  $d'②$  では人の場合と同様に考えて落雷が起こっていると解釈した。ビル  $d'②$  の電流値が一定ではなく少し下がっているのは絶縁破壊が増え、電流が分散してしまっているせいで電流値が下がっていると推測する。

## 5. まとめ

ビルがあっても雷が人に当たる可能性があり、必ずしも安全ではない。

## 参考文献

[1] 高安 秀樹著 「フラクタル」 (朝倉書店、1986年)

# 都市の電力自給自足シミュレーション

大阪電気通信大学工学部環境科学科 田中 祥宏、東野 凌

## 1. はじめに

本研究は枯渇性エネルギーを消費しない持続可能社会を目指し、浪速区で消費した電力を水力、風力、太陽光発電でまかなえるかをシミュレーションする。浪速区である理由は、大阪の主要都市であり消費電力が高いため、浪速区で可能であれば他の町でも可能だと考えたためである。

シミュレーション方法はunityというソフトを使いZERIN社の開発したJapanese Naniwa Cityモデルにサイズ調整をした風車、水車、太陽光パネルを配置していくというものである[1]。

## 2. Unityによるソフト開発

Unityでの開発について説明をする。Unityとは、3Dでのオブジェクト思考に特化したソフトであり、使用する言語はC#である。

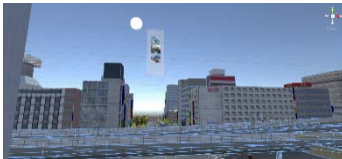


図1. 開発画面

## 3. モデル化

発電機の発電量を算出し、モデル化する。

風車

年間発電電力量(kWh)

=発電出力(kW) × 24(時間) × 365(日) × 設備利用率

= $57.8 \times 24 \times 365 \times 0.25 = 125925$  (kWh)

水車

$8.2 \times 24 \times 365 \times 0.7 = 50282.4$  (kWh)

太陽光発電

太陽光パネルはパナソニック社の年間平均発電量をそのまま使用するものとし、10枚で年間4900(Kwh)とする。浪速区の年間消費量は表1に示す。

表1. 浪速区の消費電力量

	件数(件)	年間消費電力量(kWh)
ビル	412	48203407
マンション	41	2559015
ホテル	30	1752000
デパート	15	1226400
家	55	240900
飲食店など	290	20852450
その他	48	2592960
合計	891	77427132

UnityではC#というプログラミング言語を扱う、今回C#によって作ったプログラムの実例としては、「クリックしたものを掴む」「等間隔に置く」「視点を立体的に動かす」「置かれたときに得点を加算する」などの動作をプログラミングした。

## 4. シミュレーション結果

このシミュレーションでは、街に発電機を設置すると得点が加算される。この得点というのは、計算から導き出した年間発電量である。年間発電量が年間消費量を上回ることを目指す。

表2. 設置数と総発電量

	個数(個)	年間発電量(kWh)	合計(kWh)
太陽光	2985	4900	14626500
水車	11	50282	553102
風車	247	126473	31238707

表3. 設置数に伴う費用計算

	設置数	費用(万円)	合計(万円)
太陽光	2985	8.6	25671
水車	11	2169	23859
風車	247	550	135850

表1の計算結果を合計した46418309(kwh)が総生産電力量となり、表2を合計した18億5380万円が必要費用である。

総生産電力量-年間消費電力量=-31008823(kWh)となった。

## 5. まとめ

浪速区での電力自給自足は難しいが、ビル410個分の電力はまかなえた。

## 謝辞

発電力量算出の際、ご助力くださった高岡教授に感謝する。

## 参考文献

[1] 「Japanese Naniwa City」, ZENRIN.CO.,LTD,

# 高浜原子力発電所事故における放射性物質の拡散：高山への堆積効果

大阪電気通信大学工学部環境科学科 中西 宥二

## 1. はじめに

高浜原子力発電所で事故が起きた場合、放出された放射性物質の拡散における、高山での堆積効果をセルオートマトン法にて調べた。

## 2. セルオートマトン法によるモデル化

格子数：730×730、格子一辺の長さ：600mにて関西圏をモデル化。観測地点は、高浜原子力発電所から南に30km, 南に50km, 寝屋川の3点である。

### 2. 1 セルと高山の状態

標高1000m以上の山地、山脈を高山と設定した。セルの種類を地面、高山、海面、放射性物質に分けた。セルの状態量は赤のグラデーション、高山の状態量は青のグラデーションで表示した。放射性物質の濃度の違いを粒子数のように数えた

### 2. 2 状態量の変化規則

気流の規則は、全ての放射性物質のパターンを風向きに従い、平行移動させる。並行移動後拡散する。拡散の規則は、4方向のどれか1つのセルへ等しい確率で粒子が移動する。高山への堆積は、平行移動や拡散の移動先が高山の場合、セルの状態量を高山の状態量に加算する。

## 3. 結果と考察など

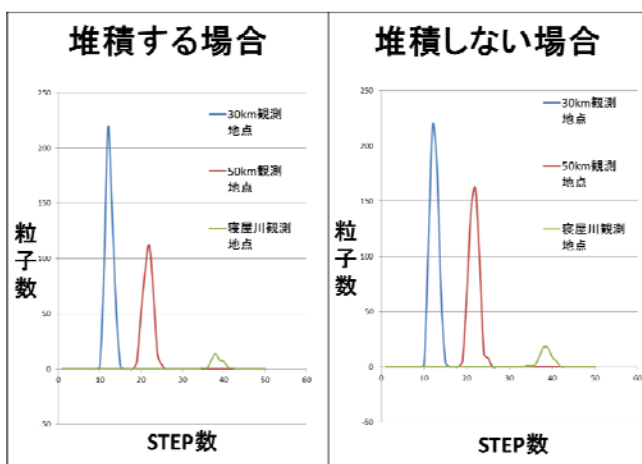


図1. 北風の場合の観測地点での粒子数

図1. より、距離が開くごとにプルームが拡散していくので観測地点での粒子数は減少していく事が見て取れる。山に堆積するシミュレーションのほうが

各観測地点での堆積量が少ない。

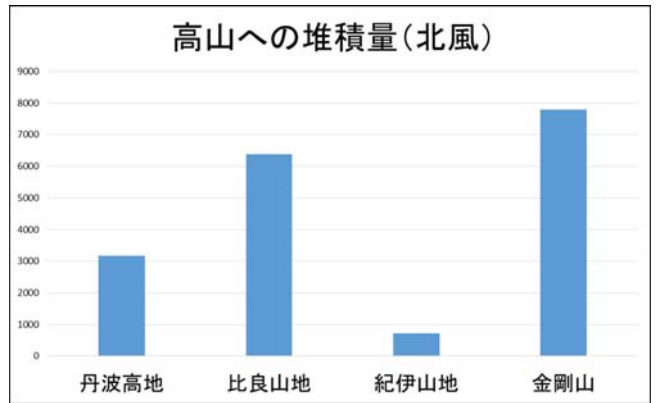


図2. 北風の場合の高山への堆積量

図2. より、高浜原子力発電所のほぼ真南に位置する金剛山地への堆積が最大となっている。紀伊山地はプルームがほぼ全て吸収された後に到達しているので堆積量は少ない。

## 4. まとめ (または、結言)

北風の場合、堆積の有無に関わらず、寝屋川の観測地点に55時間で放射性物質のピークを観測した。しかし、観測される量には違いがあった。50km観測地点では丹波高地、比良山地に多くの放射能が堆積したため、しない場合に比べ30%減少した。北風の場合の高山への堆積は、金剛山への堆積が最大であった。これは、金剛山が高浜原子力発電所のほぼ真南に位置することに起因する。

## 参考文献

- [1] 森下 信：「セルオートマトン 複雑系の具現化」、養賢堂、2003
- [2] 堅田元喜, 茅野政道, 寺田宏明, 小林卓也, 太田雅和, 永井晴康, (気象研) 梶野瑞王：「大気・海洋拡散モデルを用いた福島第一原発事故による放射性物質の大気放出量の推定」、p. 5-p. 9、2014
- [3] 松村 宏, 斎藤 究, 石岡 純, 上養義朋：「高速道路上のガンマ線測定により得られた福島第一原子力発電所から飛散した放射性物質の拡散状況」、日本原子力学会和文論文誌, 第10巻, 第3号, p. 152-p. 162 ページ、2011

# セルオートマトン法による寝屋川市都市火災シミュレーション：移動する車の効果

大阪電気通信大学工学部環境科学科 中村 智祥

## 1. 目的

寝屋川市で都市大規模火災が起こった時を想定し、シミュレーションを行う。車の移動を追加しどのような役割を果たすのか、セルオートマトン法を用いて調べる。

## 2. セルオートマトン法とは

セルを決め、状態量を与える。状態量の時間変化として簡単な規則を決めセル全体の動的パターンを再現する方法である[1, 2]。

## 3. シミュレーション結果

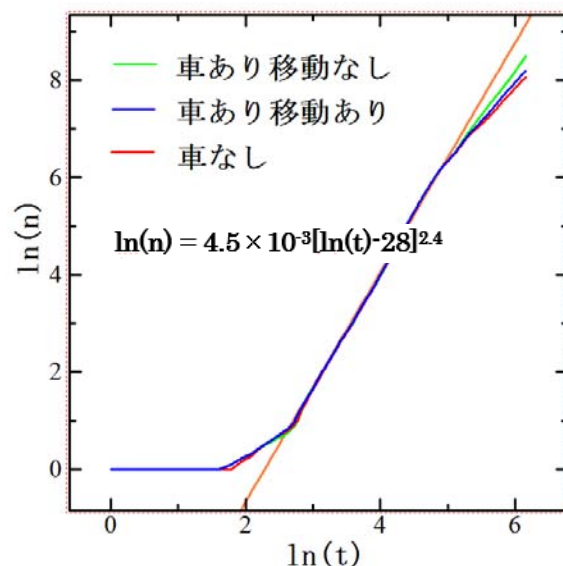


図 1. 各条件での ln 焼失セル数の比較

各条件それぞれ 100 回測定をし、平均を取った  $n$  を図 1 に示す。時間 (ステップ数) =  $t$ 、焼失セル数 =  $n$  である。緑は車あり移動なし、青は車あり移動あり、赤が車なしである。オレンジの直線は、 $\ln(t)$  が 3~4.5 の範囲で 3 つの線について、最小二乗法で近似して求めた直線である。

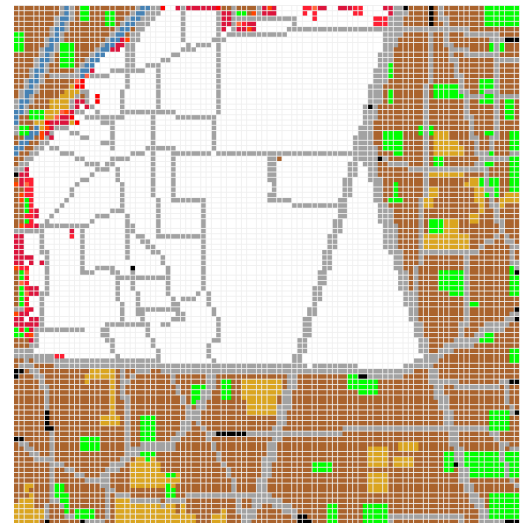


図 2 500 ステップでの延焼後

茶色が木造セル、黄土色が防火セル、緑色が樹木セル、黒色が車セル、赤色が燃焼セル、灰色が道路セル、白色が焼失セルである。

## 4. 結果

図 1 を見て焼失セル数を比較してみると車が移動するか移動しないかで焼失セル数が変わったことがわかる。大通りから車が移動できると逃げる。これにより燃焼セルが大通りでくい止められ、焼失セル数が減ったと思われる。

## 6. まとめ

車が移動することにより焼失セルを減らすことがわかった。

## 参考文献

- [1] 森下 信, 「セルオートマトン 複雑系の具象化」 2003, 養賢堂
- [2] 上田 一貴, 「寝屋川市都市火災における樹木の効果：セルオートマトン法シミュレーション」, 大阪電気通信大学工学部環境化学学科 2015 年度卒業論文

# 卒業論文

## ダルマハゼの双方向性転換のモデル

理学部 情報科学科 高橋研究室 齊田早記

**研究背景** ダルマハゼ (*Paragobiodon echinocephalus*) はサンゴ礁域に棲息するハゼ科の魚である。1つのサンゴに複数棲息していても1ペアしか成熟しない一夫一妻である。ダルマハゼは双方向性転換の魚として知られている。繁殖成功の有利な性がサイズによって変わるときに、サイズが小さいときに有利な性からサイズが大きいために有利な性へと性転換をすることは一般に size-advantage モデルで説明されるが、ダルマハゼは size-advantage モデルではなく、成長率の違いから小さい時にはメス、大きい時にはオスになると考えられている。

**モデル** ダルマハゼの未成熟個体がサンゴに定着した後起こりうるイベントとして「成長」「性成熟」「オスメスの体長が逆転した時」「他個体の移入」「未成熟個体の定着」「個体の移出」「死亡」を考え、1匹の未成熟個体がサンゴに定着してから死亡するまでの繁殖成功を計算した。成長率は大きい順に未成熟個体、メス、オスとなる。サンゴの中で成熟サイズを超え、かつ群れの中で最大個体をオス、2番目に大きいものをメスとする。繁殖成功はペアのオス、メスのサイズが小さい方によって定めた。

ある成熟個体が移入する時、移入先にオスのみいる場合、双方向性転換であれば移入個体の性によらず移入できる。移入先のオスより移入個体が大きければ移入個体がオスとなり元々のオスはメスとなる。移入個体が移入先のオスより小さければ、移入個体がメスとなる。一方向性転換のとき、移入個体がメスであれば移入できる。移入個体がオスであった場合、移入先のオスより大きければ移入することはできるが、元々いたオスはメスに性転換できないため、移出しペアはできない。移入個体が移入先のオスより小さい場合、メスに性転換できないため、移入できない。

**結果** 双方向性転換の集団への一方向性転換の侵入可能性を考える。双方向性転換はオスの成長率が小さいほど適応度が大きくなる (図1(a))。一方向性転換は双方向性転換と比べ、適応度が小さくなる (図1(b))。双方向性転換の適応度を1としたときの一方性転換の相対的適応度から、オスの成長率小さく、メスの成長率が大きいほど、双方向性転換が有利であり、一方性転換は双方向性転換の集団に侵入しづらくなることがわかる (図1(c))。一方性転換の集団への双方向性転換の侵入可能性を考える。一方性転換、双方向性転換いずれもオスの成長率が高いほど適応度が大きくなる (図1(d)(e))。一方

性転換の相対的適応度から、オスの成長率が小さく、メスの成長率が大きいほど双方向性転換が有利となり、一方性転換の集団に双方向性転換が侵入しやすくなる (図1(f))。これは、オスが配偶相手を失いサンゴを移出したとき、出会った個体がオスであれば、一方性転換ではペアを作る事ができずまた他の個体を探しにいくが、双方向性転換であれば2個体のうち小さい方がメスになることができ、そのときオスの成長率が大きくメスの成長率が小さい方がより多くの卵を産む事ができるためだと考えられる。

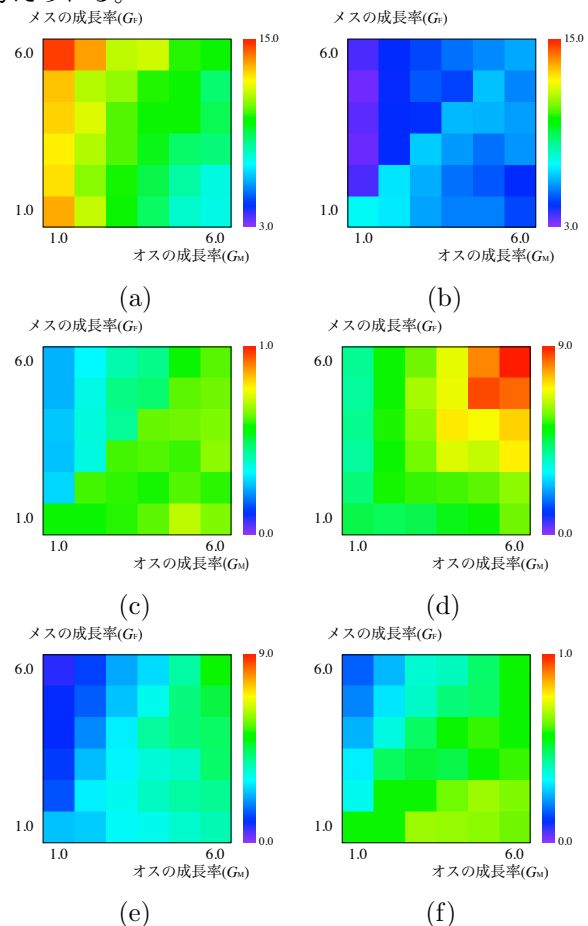


図1: オスの成長率  $G_M$ 、メスの成長率  $G_F$  の適応度への影響。横軸をオスの成長率  $G_M$ 、縦軸をメスの成長率  $G_F$  としている。紫色に近いほど適応度が低く、赤色に近いほど適応度が高くなる。(a) から (c) は他個体が双方向性転換の時。(a) 双方向性転換の適応度 (b) 一方性転換の適応度 (c) 双方向性転換の適応度を1としたときの一方性転換の相対的適応度。(d) から (f) は他個体が一方性転換の時。(d) 双方向性転換の適応度 (e) 一方性転換の適応度 (f) 双方向性転換の適応度を1としたときの一方性転換の相対的適応度。

# 卒業論文

## マゼランペンギンの採餌、給餌モデル

理学部 情報科学科 高橋研究室 佐野仁美

### 1 研究背景

南アメリカ大陸の先端を繁殖地とするマゼランペンギン (学名:*Spheniscus magellanicus*) は一夫一妻制で約 40 日ほどで卵を孵化させ、その後卵から孵ったヒナは約 60 日で巣立つ。餌は主にイワシなどの魚類やイカ、オキアミなどである。近年、マゼランペンギンは減少傾向にあり、その原因の一つは気候変動による餌の減少である。それがマゼランペンギンにどのような影響を与えるのか、マゼランペンギンの背中に衛星通信タグをつけた調査より餌の数が少ない年はペンギンの採餌範囲が広がり、その範囲が大きくなるほどペンギンの巣立ち率は低くなるということがわかっている。

本研究では卵が孵化した後、ヒナの巣立ち率が高くなるようなマゼランペンギンの採餌、給餌戦略を考えた。

### 2 モデル

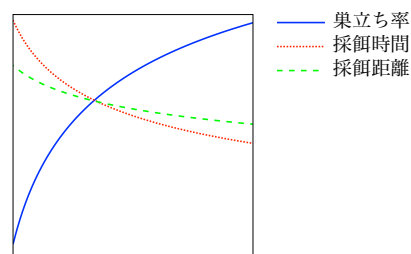
卵の孵化後、親が 1 羽の場合は解析的に調べ、2 羽の場合はプログラムを組んでシミュレーションを行う。

1 羽のときは、採餌時間が長いほど親が巣にいない時間も長くなるのでヒナが襲われる確率は大きくなるを考える。また採餌時間が長いほど給餌量は大きくなるのでヒナが餓死する確率は低くなるとする。この 2 つの条件を合わせて巣立ち率を求め、その巣立ち率が最大になる採餌時間を決める。

2 羽のときは、毎日 2 羽のペンギンが 1 回ずつ交代で餌を探しに行くとする。親が襲われる確率は採餌時間が長いほど大きくなり、親がいないときにヒナは襲われるものとする。また給餌量が少ないとヒナは死亡する。餌場までの往復移動時間、先に採餌に出た親が戻るのを次に採餌に出る親が待つ時間を設定し巣立ち率が最大になるような採餌時間を求める。

### 3 結果

親が 1 羽の場合、巣立ち率が最大になるように採餌時間を定めると餌の密度が大きくなるほど採餌時間と採餌距離は小さくなり、巣立ち率は大きくなることがわかった。



餌の密度

親が 2 羽の場合、餌の密度が大きいくほど、巣立ち率が最大になるような採餌時間は短くなることがわかった。

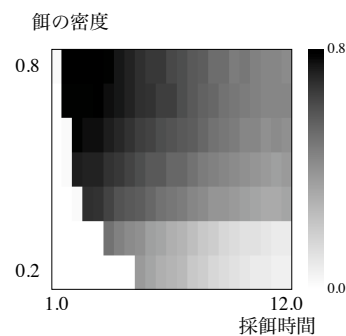


図 1: 2 羽の採餌時間を同じとした場合の餌の密度と親の採餌時間による巣立ち率の変化。図の色が黒に近いほど巣立ち率は高い。

### 参考文献

Dee Bosma, TED speak, 「ペンギンに注目」, URL:[https://www.ted.com/talks/dee\\_boersma\\_pay\\_attention\\_to\\_penguins/language=ja](https://www.ted.com/talks/dee_boersma_pay_attention_to_penguins/language=ja)

# クーポンの販売への影響のモデル

奈良女子大学 理学部 情報科学科 高橋研究室 高橋りか

## 1 研究背景・目的

街中や新聞のチラシ、店頭などで割引券等のクーポンを配布しているスーパーやドラッグストアを頻繁にみかける。クーポンを配ることで、店頭での商品の価格そのものを下げずに、クーポンを手にとっている人だけに商品を安く販売することができる。クーポンを配布することによって、実際に商品の販売個数やお店の利益にどのような変化があるのかをモデルを作って検証した。また、お店のおかれた状況によってお店の利益を最大にするクーポンの値引額がどのように変化するかを調べる。

## 2 モデル

店とクーポンが使える商品についていくつかの状況を設定し、販売のモデルを作成する。お店は自店 A のみの 1 店のモデルと、自店 A と他店 B が存在する 2 店のモデルを考える。1 店のモデルはクーポンが使える商品は 1 種類とし、2 店のモデルでは、クーポンが使える商品が 1 種類の時と 2 種類の時を考える。1 店のモデルでは商品が購入される確率は、値引き後の商品の価格に反比例する式で与える。2 店のモデルは、客が販売価格により決まる確率で来店する店を選び、商品を購入するとする。2 店で商品が 1 種類の場合、店 A に来店する (商品を購入する) 確率はそれぞれのお店での値引き後の販売価格を用いた以下の式で定める。

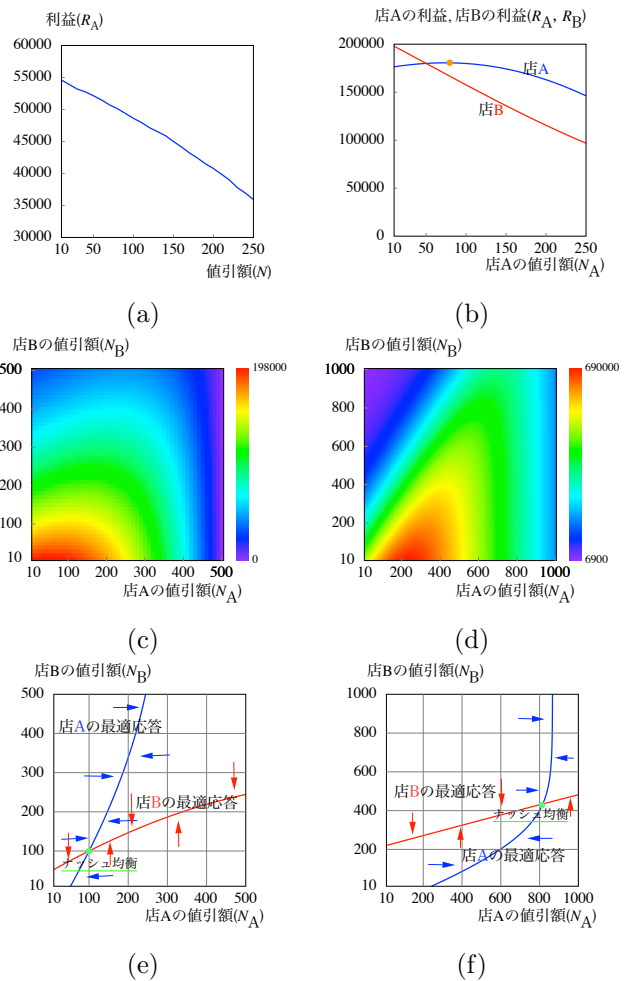
$$\text{店 A に来店する確率} = \frac{1}{e^{S(\text{店 B の販売価格} - \text{店 A の販売価格})} + 1}$$

また、商品が 2 種類存在する場合の来店の確率は、お客がどの商品を基準として来店するお店を選ぶかにより複数考える。

## 3 結果・考察

1 店の場合ではクーポンを配布することで自店の利益を伸ばすことはできないが、他店との競争を考慮すると、自店はクーポンを配布することで利益をのばすことができることがわかった。

クーポンが利用できる商品の種類や来店の基準となる商品に関わらず、自店の利益を最大にする自店の値引額は、他店の値引額の設定が高くなるに連れて高くなる傾向にあることがわかった。また、他店との競争があるときのナッシュ均衡では、相手の店がほとんど値引きをしない時よりも、利益が大幅に低くなる結果に落ち着くことがわかった。



(a) 1店のモデルの利益の変化、(b) 2店で商品が1種類のモデルの利益の変化、(c) 2店で商品が1種類のモデルの値引額による店Aの利益の変化、(d) 2店で商品が2種類のモデルの値引額による店Aの利益の変化、(e) 商品が1種類のときのナッシュ均衡、(f) 商品が2種類のときのナッシュ均衡

# 卒業論文

## クモの婚礼ギフトは交尾後捕食によって進化するのか

南雲佳奈

### 1 研究背景・目的

クモは交尾後にオスがメスに捕食されるということが観察されている、これは種の保存や性淘汰の仕組みに関する進化の過程により生じたものである。その捕食から逃れるため、オスは求愛ダンスをしたり、交尾する際にメスを縛っておくなど、様々な戦略を繰り出している。一方婚礼ギフトを送るという行動は、キシダグモやコサラグモ、ハヤテグモなど、多くのクモで観察されている。本研究では交尾後捕食は、婚礼ギフトを送るという行動が進化する要因となるのかについて考える。

### 2 モデル

オスがメスに送るギフトサイズを  $x$ 、オスがギフトを獲得する際に負うリスクを  $P_m(x)$ 、ギフトサイズ  $x$  でメスと交尾できる確率を  $P_k(x)$ 、オスが捕食されない確率  $P_n(x)$ 、メスがオスを捕食しないときの卵数の期待値を  $f_n(x)$ 、メスがオスを捕食するときの卵数を  $f_e(x)$  とする。この時オスの繁殖成功は

$$T_1 = P_m(x)P_k(x)(f_n(x)P_n(x) + f_e(x)(1 - D_f)(1 - P_n(x)))$$

である。 $f_n(x)$  は

$$f_n(x) = \frac{ax + b}{cx + 1}$$

で定める。オスの捕食によって得られるエネルギーを  $M$ 、メスがオ스에襲いかかるときのリスクを  $D_f$  とすると、

$$f_e(x) = \frac{a(x + M) + b}{c(x + M) + 1}(1 - D_f)$$

となる。 $P_n(x)$  は  $f_n(x) > f_e(x)$  のとき 1 を取り、 $f_e(x) > f_n(x)$  のとき 0 を取る。

このモデルに、メスが交尾するかどうかを他のオスのギフトサイズから考えるために、クモが 2 回目、3 回目と交尾をすることを付け加える。このモデルから ESS となるギフトサイズを求める。

### 3 シミュレーション結果

ギフトサイズが小さいときは、オスを捕食した方が卵数は増えるが、ギフトサイズが大きくなると、オスを捕食しない方が卵数は増える (図 1(a))。

ギフトサイズが大きく、最大卵数のパラメータ  $a$  が小さいとき、オスは食べられない (図 1(b))。

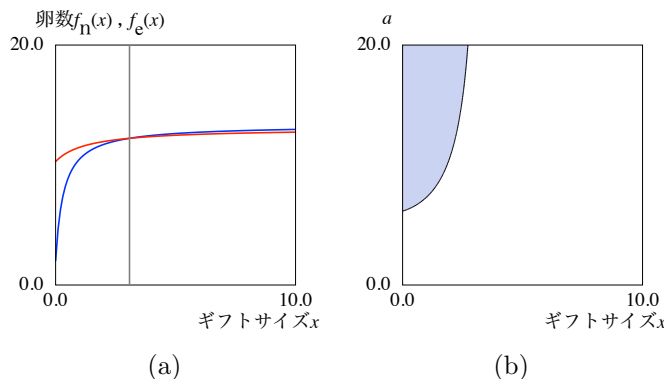


図 1: (a) ギフトサイズによる卵の数の変化。灰色線： (b) ギフトサイズと卵の最大数による交尾後捕食

# 卒業論文

## 男性の家事育児の協力意欲による結婚意思決定モデル

奈良女子大学 理学部 情報科学科 高橋研究室 森田麻暖

### 1 研究背景と目的

日本人の結婚している割合は、平成 22 年の男女別 15 歳以上人口別調査では 58.9%であり、その割合は減少しつつある。未婚率の増加は、少子化問題に多大な影響を及ぼし、少子化問題は国の社会経済の根幹を揺るがす重大な課題である。一方で女性が働いている割合は同調査で 49.6%と前回調査より 0.8 ポイント上昇しており、女性の社会進出は今後も続いていくと考えられる。それに伴い家庭内では夫婦が共に就労し、かつお互いに家事育児協力する形態が考えられるが、日本の男性が家事や育児に費やす時間は平成 23 年の調査では 1 日当たり 67 分と先進国中最底の水準にとどまっている。

本研究では、男性の家事育児の協力意欲による結婚意思決定をモデル化し、結婚意思決定への影響、結婚する割合が上昇する条件の考察をする。

### 2 モデル

女性は男性の家事育児の協力意欲によって結婚意思決定を行う。男性の協力意欲を  $x$  とおき、結婚に関する効用関数を考えた。男性の結婚に関する効用関数は協力意欲  $x$  が大きいほど減り、女性の結婚に関する効用関数は協力意欲  $x$  が大きいほど増える。結婚する条件は男性は効用関数が正であるとき、女性は協力意欲  $x$  がある値 ( $c$  とおく) よりも大きいときであるとし、男女両方の条件を満たすときに結婚する。結婚しないときの効用関数は男女共に 0 になるとした。

### 3 結果と考察

男女の戦略のナッシュ均衡で結婚が生じるのは、男性の戦略が女性の結婚の効用関数が 0 をとるときよりも大きく、男性の結婚の効用関数が 0 をとるときよりも小さいとき、男女の戦略が等しくなる戦略の組み合わせである。

パラメータの変化に対する戦略の期待値と結婚する割合を調べた結果を図 1 に示す。結婚する割合は、協力がなくときの結婚の効用を大きくしたときに、女性の場合結婚の効用が大きい範囲で急激に増加し、男性の場合すべての範囲でゆっくりと増加した。このことから、女性は効用が大きい人を対象にした対策、男性は効用に関わらず対策を行うことが結婚する割合を増加させるのに効果的であると考えられる。

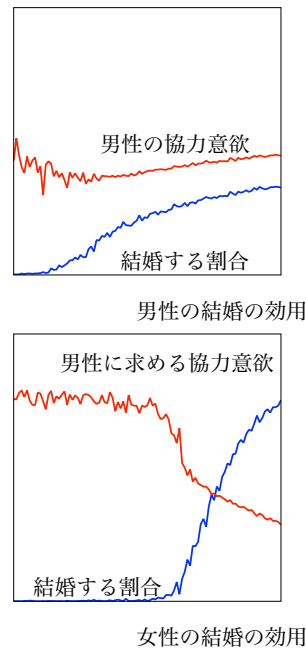


図 1: パラメータ変化に対する結婚する割合、戦略の平均値。図上が男性、図下が女性。

# 修士論文

## Mathematical Analysis of an Age-Structured S-I Model for the Demographic Transition (人口転換に関する年齢構造化S-Iモデルの数理解析)

東京大学大学院数理科学研究科  
齋藤 涼平

本論文の目的は、人口転換 (demographic transition) とよばれる人口学的現象をある種の感染症数理モデルとして定式化し、その振る舞いを数学的に考察することである。

18世紀から19世紀にかけて、ヨーロッパおよび北アメリカの先進諸国において、経済と産業の発展とともに死亡率が低下し、やや遅れて出生率の低下も始まり、20世紀にはそれまでにない低死亡率・低出生率水準となり、人口増加率も激減した。このような多産多死から多産少死を経て少産少死に至る一連の過程を人口転換という。とくに、後半の出生率が低下する過程は出生力転換 (fertility transition) とよばれる。20世紀においては、わが国を含む東アジアを筆頭とし、アジアやオセアニアの発展途上国においても人口転換現象が観測されており、その原因とメカニズムの究明は今日に至るまで人口学研究における中心的課題の一つであるが、普遍的・統一的な解答は未だに得られていない。

出生力転換に関して、社会経済的環境の変化に各個人が適応した結果起こるものであるという説とともに、出生率を低めるような行為および文化的規範が個人間で伝播・拡散した結果起こるものであるという拡散 (diffusion) 説が唱えられている。文化的規範とその拡散を生む土壌が社会経済にある以上、これらの説は必ずしも対立しないが、いったん模倣の“強度”が与えられれば、力学的な過程によって事態の進行は記述されうる。本論文では、拡散説に基づき、低出生力をもたらす文化的規範が“感染”し、高い出生力の個体 (Susceptible) が低い出生力の個体 (Infectious) に移行する感染症の年齢構造化SIモデルを定式化した。

モデルは以下のようなものである：

$$\begin{cases} \frac{\partial S(t, a)}{\partial t} + \frac{\partial S(t, a)}{\partial a} = -(\mu(a) + \lambda(t, a))S(t, a) \\ \frac{\partial I(t, a)}{\partial t} + \frac{\partial I(t, a)}{\partial a} = \lambda(t, a)S(t, a) - \mu(a)I(t, a) \\ S(t, 0) = \int_0^\infty m_1(a)S(t, a) da \\ I(t, 0) = \int_0^\infty m_2(a)I(t, a) da \end{cases}$$

ここに、 $\mu(a), m_1(a), m_2(a)$  はそれぞれ年齢別の死亡率、高出生力人口の出生率、低出生力人口の出生率を表す。出生力の高低を表現するため、 $m_1(a) \geq m_2(a)$  a.e. を仮定している。また、 $\lambda(t, a)$  は感染力であり、以下で与えられる：

$$\lambda(t, a) := \frac{1}{N(t)} \int_0^\infty \beta(a, \sigma) I(t, \sigma) d\sigma$$

ただし、 $\beta(a, \sigma)$  は年齢  $a$  の高出生力個体と年齢  $\sigma$  の低出生力個体間における感染率、 $N(t)$  は時刻  $t$  における総人口  $N(t) := \int_0^\infty (S(t, a) + I(t, a)) da$  である。

本論文ではまず、未知関数を総人口で割ることによりモデルを正規化し、もとのモデルと正規化されたモデルのそれぞれにおける解の存在と一意性および適切性を半群の理論を用いて示した。

次に、正規化されたモデルの平衡解の探索を行った。本論文のケースでは、高出生率の個体だけが存在する状態 (High-Fertility Steady State, HFSS) と、低出生率の個体だけが存在する状態 (Low-Fertility Steady State, LFSS) のそれぞれに対応する 2 つの自明な平衡解が存在する。それに加えて、非自明な平衡解の存在とある作用素の不動点の存在が同等であることを示し、その作用素の原点における Fréchet 微分のスペクトル半径が 1 より大きく、かつ感染力が十分小さいという条件下において非自明平衡解が存在することを示した。

そして、正規化されたモデルを平衡解の周りで線形化することにより、平衡解の近傍における安定性を調べた。まず HFSS の周りで線形化を行った。線形化方程式を変形し、新感染者の産まれる過程を記述する再生方程式 (renewal equation) とよばれる積分方程式を得、その積分核を用いて次世代作用素 (Next Generation Operator) を定義し、次世代作用素のスペクトル半径として相対的なシステムにおける基本再生産数 (Basic Reproduction Number) を定義した。基本再生産数は、一個体が一生涯に感染させる個体の総数と解釈される量であるが、本論文ではこの基本再生産数が 1 より小さいとき HFSS は漸近安定、1 より大きいとき HFSS は不安定である (すなわち、人口転換が始まる) ことを示し、基本再生産数の生物学的意味と力学系の挙動が合致することを示した。しかも、基本再生産数が非自明平衡解が存在する条件として現れるスペクトル半径と一致し、したがって自明平衡解の安定性と非自明平衡解の存在が連動することを見出した。さらに LFSS の周りでも線形化を行った。本論文では、線形化方程式をある種の安定人口モデル (stable population model) とみなし、それに付随するロトカの特微方程式 (Lotka's characteristic equation) によって基本再生産数を定義し、基本再生産数が 1 より小さいならば LFSS は漸近安定、1 より大きいならば LFSS は不安定である (すなわち、“逆向きの人口転換” が起こりうる) ことを示した。また、それぞれの十分条件を一つずつ述べた。また非自明な平衡解の周りの線形化を行い、不完全ではあるが解析を行った。ここでの議論は、M. Iannelli, M. Martcheva ([2]) の手法を応用したものである。

最後に特殊例として比例混合仮説 (separable mixing assumption) を採用した場合の計算を行い、また正規化していないモデルについての安定性理論に関して若干の考察を加えた。

## 参考文献

- [1] M. Atô (1996), “社会人口学”, in M. Okada, H. Ohbuchi (eds.), “人口学の現状とフロンティア”, 大明堂, pp. 87–108.
- [2] M. Iannelli, M. Martcheva (2003), “Homogeneous dynamical systems and the age-structured SIR model with proportionate mixing incidence”, in M. Iannelli, G. Lumer (eds.), “Evolution Equations: Applications to Physics, Industry, Life Sciences and Economics”, Progress in Nonlinear Differential Equations and Their Applications, Vol. 55, Birkhäuser Verlag, Basel, 227–251.
- [3] Population Association of Japan (2002), “人口大事典”, 培風館.

## 修士論文

### Mutual Aid Game における間接互惠性の進化

東京工業大学大学院社会理工学研究科価値システム専攻 志村隼人

#### 研究背景

本研究では、「社会的ジレンマ」問題について取り扱う。社会的ジレンマとは、Dawes(1980)が定めた、戦略集合として{非協力、協力}を持つ複数のプレイヤーが常に非協力を支配戦略に持つために均衡において協力が達成できない状況を指している。囚人のジレンマや公共財ゲームといったゲームがその代表例として広く知られ、研究が為されてきた(Axelrod;1984, Boyd and Richerson;1988)。特に、集団における社会的ジレンマ問題については公共財ゲームによるモデル化が用いられる。このゲームは全員が集団全体の為に協力するかを決定する構造を持ったゲームである。

しかし、それ以外の構造をもった集団内での社会的ジレンマ問題も存在する。本研究ではその1つとして、Sugden(1986)において定式化がなされた Mutual Aid Game を研究対象とする。このゲームは、19世紀から20世紀初頭にかけてイングランドの鉄工の間で見られた相互扶助制度をモデル化したものであり(Bell;2016/1907)、社会的ジレンマの1種であると考えられている。また、同種の制度が中世ヨーロッパにおいて存在しておりこれは保険の原型であると考えられている(木村;1993)。このゲームは、集団内の1人に対してそれ以外の全員が協力をするか否かを決定するゲームであると言える。本モデルは、日本や東南アジアの国々に見られる香典の慣習のモデル化として考えることもでき(伊藤;2011)、人間の協力行動を理解する上で重要なゲームであると言える。

公共財ゲームや囚人のジレンマゲームといった典型的な社会的ジレンマとの相違点は、多人数から1人への協力問題を扱っていることである。これにより囚人のジレンマのようにプレイヤー1人に対する条件付き戦略を扱いつつ、公共財ゲームのように多人数からの協力が進化する条件を検討することができる。

#### モデル

Mutual Aid Game を次のように定義する。

- ①  $n$  人グループの中からランダムに受領者を1人選ぶ。
- ② 受領者以外の  $n-1$  人のプレイヤーは提供者となり、受領者に対して協力するか非協力するかのいずれかを選択する。このうち、協力をとったプレイヤーのみがコスト  $c$  を失う。受領者は(協力者の人数)  $\times b$  だけ利益を得る ( $b > c$ )。

本研究では、評判を用いた条件付き協力戦略の進化的安定性および進化的侵入可能性を考察する。特にここでは Leading Eight(Ohtsuki and Iwasa,2004) と呼ばれる8つの評判ルールそれぞれについてシミュレーションを行った。その際、評判ルール間の差異を明確にするため、各プレイヤーに対して実行エラー及び認識エラーがそれぞれ確率  $\alpha, \delta$  の確率で起こるものとする。実行エラーとは、提供者が意図した行動とは異なる行動を行ってしまうエラーのことであり、また認識エラーとは、提供者が受領者の評判を誤認識してしまうエラーのことを指している。シミュレーションにあたり、次のアルゴリズムを用いた。

- ①  $N$  人プレイヤーの初期戦略が決定される。
- ②  $N$  人のプレイヤーが  $n$  人ずつ  $N/n$  組のグループをランダムに編成される。
- ③ 各グループは Mutual Aid Game を  $m$  回行う。
- ④ 世代交代が行われる。各戦略の頻度は Mutual Aid Game での利得に比例して決定される。
- ⑤ 突然変異が起こる。各プレイヤーは確率  $e$  でランダムに戦略を変更する。
- ⑥ ①~⑤ を繰り返す。

#### 結果

結果は大きく3つにまとめることができる。

- ① まず、協力者1人から受ける利得  $b$ 、1世代あたりのゲーム数  $m$  が一定以上ならば Leading Eight の8つ全ての評判ルールにおいて、無条件非協力戦略 (AllD 戦略) に対して条件付き協力戦略は進化的に安定である。

この結果は 2 者間ゲームにおける協力の進化の先行研究と同様の結果であると言える。ただし、条件付き協力戦略が進化的安定になるためのゲーム数は Sugden(1986) の結果から算出される試行回数よりも多かった。これは、エラーを導入することによって AllD 戦略に有利になりやすくなっているためである。

②次に協力者 1 人から受ける利得  $b$ 、1 世代あたりのゲーム数  $m$  がさらに高い時、AllD 戦略に対して条件付き協力戦略は進化的に侵入可能になる評判ルールが存在することが分かった。その評判ルールとは、Leading Eight における 8 つの評判ルールの内、評判の悪い提供者が評判の悪い受領者に対して協力しなかった場合にその提供者の評判が悪いままとなる性質を持つ 4 つの評判ルールのことである。

これまでの協力の進化の先行研究では、条件付き協力戦略は AllD 戦略に侵入することができないという結果であったため、これとは異なる結果が得られたと言える。この理由としては、Mutual Aid Game では同じグループ内に複数の条件付き協力戦略が存在する時に利得を高め合うことが挙げられる。2 者間のゲームでは、条件付き協力戦略がわずかである時、彼らが繰り返しペアになり助け合う状況はほぼ起こらない為、これは Mutual Aid Game 特有の性質であると考えられる。

特に、S-STAND、JUDGE と呼ばれる評判の悪い提供者が評判が悪い受領者に協力しても評判が良くなるような評判ルールにおいては、実行エラーに対する耐性が強く Leading Eight の中で最も協力が進化しやすかった。

③最後に、Mutual Aid Game ではグループサイズが大きい方が協力が進化しやすいことも明らかになった。これは、グループサイズが小さい方が協力が進化しやすいという従来の協力の進化の研究とは異なる結果である。

この理由としては、Mutual Aid Game では条件付き協力戦略の頻度が増加する為には複数の条件付き協力戦略が同じグループに存在することが必要であり、それがグループサイズが大きい程起こりやすいからであると考えられる。

以上の研究結果から、保険、香典、祝儀などの現実に存在する Mutual Aid Game のような制度や慣習の下では、大きな集団内においても適切な評判ルールが機能していれば協力は進化することができることが示唆される。

## 今後の課題

まず挙げられる課題が認識エラーの改良である。本研究で用いた認識エラーは、グループ内の全てのプレイヤーが同じように受領者の評判を誤認識するエラーである。しかし、評判の誤認識はプレイヤー毎に独立と考えるのがより現実的な仮定である。Takahashi and Mashima(2006) のようにこの仮定をエラーに反映させたモデルを立てる必要がある。

次に挙げるのがモデル内に Ostracism (村八分) を導入することである。Ostracism とは非協力者をグループから排除するメカニズムのことであり、これが Mutual Aid Game にもたらす影響を分析することも課題である。

最後に、Mutual Aid Game の実験を行うによって本研究でのシミュレーション結果がどの程度実際の人間行動と合致するのかを分析することも有効である。

## 参考文献

- Axelrod, R. (1984). *The Evolution of Cooperation*. Basic Books
- Bell, L. F. E. E. O. (1907). *At the Works, a Study of a Manufacturing Town*. E. Arnold.
- Boyd, R., & Richerson, P. J. (1988). The evolution of reciprocity in sizable groups. *Journal of theoretical Biology*, 132(3), 337-356.
- Dawes, R. M. (1980). Social dilemmas. *Annual review of psychology*, 31(1), 169-193.
- Ohtsuki, H., & Iwasa, Y. (2006). The leading eight: social norms that can maintain cooperation by indirect reciprocity. *Journal of Theoretical Biology*, 239(4), 435-444.
- Sugden, R. (1986). *The Economics of Rights, Welfare and Co-operation*.
- Takahashi, N., & Mashima, R. (2006). The importance of subjectivity in perceptual errors on the emergence of indirect reciprocity. *Journal of Theoretical Biology*, 243(3), 418-436.
- 伊藤幹治 (2011) 贈答の日本文化、筑摩書房
- 木村栄一ほか (1993) 保険入門、有斐閣新書

# 博士論文要旨

## Mathematical theory of speciation: geographically isolated populations connected by infrequent migrations

山口 諒

九州大学大学院システム生命科学府 生命理学専攻 数理生物学研究室

### 1. 背景

現存する生物種は祖先種から分岐することによりその数を増やしてきた。種分化は新たな種を生み出すメカニズムであり、継続的に種分化が繰り返されることで多様性が創出・維持されている。種の絶滅については中立説などの一般理論があるのに対し、種分化研究は過去 20 年間、同所的種分化機構に集中してきた。このプロセスは対象生物の生活史や配偶行動などの詳細に強く依存し、幅広い生物群で成り立つ一般則の基盤とはなりにくい。多くの実証研究から、種分化の地理的分類として、島々に集団が分布して地理的に隔離される異所的種分化や、集団間に遺伝子流動のある側所的種分化が一般的と結論されている。

本論文では、地理的に隔離された複数の集団間に、ごく稀に移住が生じることによって、繰り返し種が形成される側所的種分化のメカニズムを数理モデルによって扱う。不和合性は多数の遺伝子座によって量的に制御され、個体間不和合性がある閾値を超えた際に種分化が完了すると仮定した。集団間での遺伝距離は、互いに異なる対立遺伝子を保持している遺伝子座の割合として定義する。遺伝距離は突然変異の蓄積によって増大し、移住および交雑によって減少する。この確率過程を拡散近似、確率微分方程式、個体ベースシミュレーション等によって解析した。

### 2. モデル

地理的に分断された、集団サイズ  $N$  の同種 2 集団を想定し、集団間の遺伝的差異の程度として遺伝的距離  $z$  を考える。生殖隔離をコントロールする遺伝子座の数を  $l$  としたとき、2 集団間で異なる遺伝子座の割合が  $z$  ( $0 \leq z \leq 1$ ) に相当する。ライト・フィッシャーモデルによる交配と自由組み替えを仮定した場合、遺伝的距離の時間  $\Delta t$  における変化は確率微分方程式で

$$\Delta z = 2u(1-z)\Delta t + \sqrt{\frac{u(1-z)}{l}}\Delta W_A + \sqrt{\frac{u(1-z)}{l}}\Delta W_B - \left( 2m\epsilon_e z\Delta t + \sqrt{m\epsilon_e z}\Delta W_1^{AB} + \sqrt{m\epsilon_e z}\Delta W_1^{BA} + \sqrt{\frac{mz\epsilon_e(1-\epsilon_e)}{l}}\Delta W_0^{AB} + \sqrt{\frac{mz\epsilon_e(1-\epsilon_e)}{l}}\Delta W_0^{BA} \right)$$

と書ける。ただし、上式で  $u$  は遺伝子座あたりの突然変異率、 $m$  は集団間の移入成功率、各  $\Delta W$  は平均 0 分散  $\Delta t$  に従う正規分布乱数である。また、 $\epsilon_e$  は移入個体の有効交配成功率であり、遺伝的距離の増加とともに減少する関数である。つまり、移入成功率が一定であったとしても、分化の進行に伴う不和合性の増加によって、遺伝子流動の効果は減少する。

### 3. 主な結果

2 集団間の分化の程度は突然変異と遺伝子流動のバランスで決定される動的平衡に至ったのち、ランダムな時刻で急速な種分化に至る(図1)。これは“種分化の復帰不能点(閾値)”が存在し、これを超えると交雑が起こっても種分化は進み続けることを意味する。つまり連続的な進化の中に離散的な種を生み出す境界が潜むことを明らかにした。

続いて、集団が位置する島の数は 2 つしかないとしても、次々と新しい種を作り出すことが出来る事が示された。それは種分化後に片方の島からの植民により他方の島に新集団が形成さ

れ、両者の間でふたたび遺伝的分化が始まるからである(図2)。移住率が高すぎると集団の遺伝的分化が起きにくく、移住率が小さすぎると種分化後の植民・新集団形成までの待ち時間が長くなることから、種を形成する速度を最大にするような中間的な最適移住率が存在する。この予測は、鳥類の系統解析や島嶼部に生息する海洋生物の実証研究から支持されている。

種分化までの待ち時間を短縮するには遺伝距離の確率的浮動が重要であり、生殖隔離形質をコントロールする遺伝子座数が少ない場合が挙げられる(図3)。加えて平均遺伝子流動量が同じ場合でも、少量の遺伝子流動が頻繁にある場合と多量の遺伝子流動が散発的にある場合では、後者において種分化速度が高いことが判明した。一方、種分化後の新集団形成までの待ち時間を短縮するには、近縁種と同じ島での共存が重要であり、繁殖干渉による生殖的形質置換や棲み分けが貢献すると予想される。よって、種分化サイクルを早めるためには、長いタイムスケールによる突然変異の蓄積に加え、比較的短期間に起こる種間相互作用の組み合わせが非常に重要である。

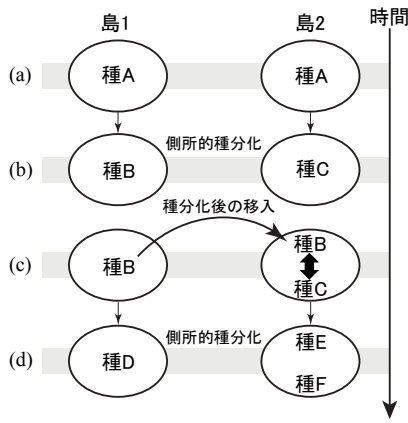


図2 側所的種分化による継続的な種形成。

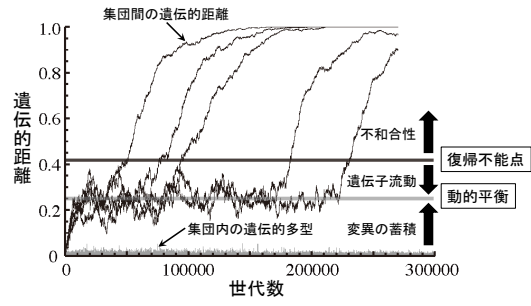


図1 側所的種分化のダイナミクスと復帰不能点。

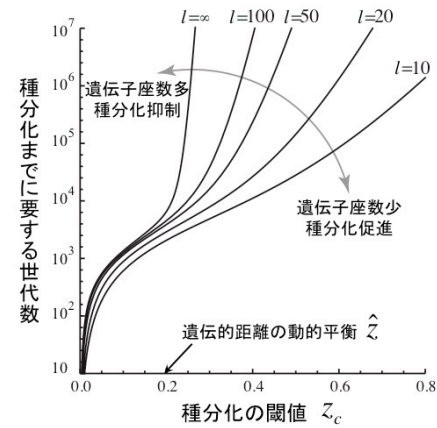


図3 遺伝子座数の影響。

#### 4. 参考文献

1. Claramunt, S., Derryberry, E. P., Remsen, J. V. and Brumfield, R. T. 2012 High dispersal ability inhibits speciation in a continental radiation of passerine birds. *Proc. Roy. Soc. B* 279: 1567-1574.
2. Gavrillets, S. 2000. Waiting time to parapatric speciation. *Proc. R. Soc. Lond. B* 267: 2483-2492.
3. Gavrillets, S. 2004. Fitness landscapes and the origin of species. Princeton Univ. Press, Princeton, NJ.
4. Yamaguchi, R., and Y. Iwasa. 2013. First passage time to allopatric speciation. *Interface Focus* 2013 3: 20130026.
5. Yamaguchi, R., and Y. Iwasa. 2016. Smallness of the number of loci can promote parapatric speciation. *J. Theor. Biol.* 405: 36-45.
6. Yamaguchi, R., and Y. Iwasa. 2017. Parapatric speciation in three islands: dynamics of geographic configurations of allele sharing. *R. Soc. Open Sci.* 4: 160819.